

# 基于盲波束形成的分布式目标波达方向估计方法

万 群, 杨万麟

(电子科技大学电子工程学院, 成都 610054)

摘 要: 在分布式目标波达方向估计问题中, 空间信号分布函数一般具有共轭对称性. 本文提出了一种新的盲波束形成方法, 不用进行多维参数搜索, 不要求已知空间信号分布的具体函数形式, 并适用于分布函数形式不同的分布式目标同时存在的情况. 仿真实验结果表明, 这种方法的波达方向估计性能对信号源的分布特性不敏感.

关键词: 分布式目标; 波达方向估计; 盲波束形成

中图分类号: TN953+.3 文献标识码: A 文章编号: 0372-2112(2000)12-0090-04

## Estimating Direction of Arrival for Distributed Sources Based on Blind Beamforming

WAN Qun, YANG Warr lin

(University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054, China)

Abstract: By using a new blind beamforming method proposed in this paper rather than resorting to multidimensional spectra searching, we get an algorithm for DOA estimation of distributed signals. It needs little prior knowledge about the distribution function of the source and can be applied in nonuniform array condition. The simulation studies show that the new method outperforms conventional MUSIC algorithm by reducing the sensitivity for scenarios with distributed sources.

Key words: distributed source; DOA estimation; blind beamforming

### 1 引言

一般的高分辨波达方向(DOA)估计方法研究通常假设如下点目标信号源模型:

$$x_t = \sum_{i=1}^q a(\theta_i) s_i(t) + n(t)$$

其中  $x_t$  为  $t$  时刻  $q$  个点目标窄带信号  $s_i$  分别从方向  $\theta_i$  到达阵列时, 含有噪声  $n_t$  的观测矢量. 在阵列成像、声源定位、海下回波探测、对流层、电离层无线电传播、低仰角雷达目标跟踪、移动通信等<sup>[1]</sup> 目标信号源具有分布特性的情况下, 由于上述模型不能准确描述阵列观测数据, 基于点目标假设的高分辨 DOA 估计方法未能考虑信号源的空间分布信息, 导致 DOA 估计性能恶化<sup>[1, 2, 4~6]</sup>.

文献[2]和[3]研究了由一定数量的点目标构成的分布式信号源模型, 并应用 MUSIC、ESPRIT<sup>[2]</sup>, 或 VEG-MUSIC<sup>[3]</sup> 等方法估计这些点目标 DOA. 但正如文献[1]指出的那样, 这种模型的主要缺点是, 如何由这些点目标估计结果推断分布式目标的空间分布信息并不清楚. 并且, 由于一个分布式目标一般含有众多的点目标信号源<sup>[3]</sup>, 为保证 DOA 估计结果的唯一性, 需要阵列有类似数目的阵元, 这大大增加了系统的复杂性. 为满足 DOA 估计的唯一性要求, 简化问题的复杂性, 有必要利用一定的分布式信号源模型信息. 文献<sup>[1, 4~9]</sup> 在假设空间信号分布的函数形式已知, 并且所有目标的空间信号分布

函数形式相同的条件下, 分别提出了 DSPE 方法<sup>[1]</sup>、最大似然方法<sup>[4]</sup>、DISPARE 方法<sup>[5]</sup> 和多维 MUSIC 方法, 估计分布式目标 DOA. 它们都是通过多维参数搜索, 同时估计分布式目标 DOA 和信号源的分布参数.

上述文献研究的空间信号分布函数一般具有共轭对称性, 如高斯分布、均匀分布等. 本文利用空间信号分布函数的共轭对称性, 提出了一种新的盲波束形成技术, 估计分布式目标 DOA. 它不用进行多维参数搜索, 不要求已知空间信号分布的具体函数形式, 适用于空间信号分布函数形式不同的分布式目标同时存在的情况. 并以两类分布式目标和它们的混合情况为例, 给出了计算机仿真试验的数值结果.

### 2 分布式目标信号模型

假设具有  $M$  个阵元的均匀线阵, 相邻两个阵元间隔  $d$  不大于  $1/2$  波长.  $q$  个分布式目标从不同的方向  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$  到达阵列,  $t$  时刻阵列观测数据  $x_t$  为

$$x_t = \sum_{i=1}^q s_i(t) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} a(\theta) g_i(\theta - \theta_i) d\theta + n(t) \quad (1)$$

其中  $g_i(\theta)$  为第  $i$  个分布式目标的空间信号分布函数,  $\theta_i$  为  $g_i(\theta - \theta_i)$  的中心方向,  $a(\theta)$  为阵列流形,

$$a(\theta) = [1 \quad e^{-j\theta} \quad \dots \quad e^{-j(M-1)\theta}]^T$$

$\theta = 2\pi(d/\lambda)\sin\varphi$ ,  $\varphi$  是波达方向,  $[ ]^T$  表示转置,  $s_i(t)$  为  $t$  时

刻第  $i$  个分布式目标的信号复振幅, 是相互独立的随机变量,  $n_i$  是加性随机噪声. 假设信号矢量  $s(t) = [s_1(t) \ s_2(t) \ \dots \ s_q(t)]^T$  和噪声矢量  $n(t)$  是互不相关的零均值随机矢量, 它们的二阶矩为

$$\begin{aligned} E[s(t)s^H(k)] &= P\delta(t, k) \\ E[n(t)n^H(k)] &= \sigma^2 I\delta(t, k) \end{aligned} \quad (2)$$

其中  $\delta(t, k)$  为 Kronecker  $\delta$  函数,  $P$  为信号协方差矩阵,  $I$  为单位矩阵,  $\sigma^2$  为噪声方差.

阵列的观测数据式(1)又可以写成

$$x_i = \sum_{l=1}^q s_l(t) b(\theta_i) + n(t) \quad (3)$$

其中  $b(\theta_i)$  为第  $i$  个分布式目标的方向矢量

$$b(\theta_i) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} a(\theta) g_i(\theta - \theta_i) d\theta \quad (4)$$

它由空间信号分布函数的具体形状决定. 一般假设空间信号分布函数的具体形状由两个未知参数决定<sup>[1, 4, 6]</sup>: 一个是函数的中心位置, 即分布式目标 DOA, 是需要估计的参数; 另一个是函数的分布参数, 在这里作为隐性参数, 暂不对它进行估计. 若参数未知的空间信号分布函数已知, 则能由式(4)得到分布式目标的参数化方向矢量. 利用文献[6]提出的二维 MUSIC 方法, 通过二维参数谱峰搜索, 可得到分布式目标参数估计.

第  $i$  个分布式目标的方向矢量  $b(\theta_i)$  又可以表示为

$$b(\theta_i) = \Psi(\theta_i) g_i \quad (5)$$

其中对角矩阵  $\Psi(\theta_i) = \text{diag}\{[1 \ e^{-j\theta_i} \ \dots \ e^{-j(M-1)\theta_i}]\}$ . 只与分布式目标 DOA 有关,  $M$  阶矢量

$$g_i = \int_{-\Delta}^{\Delta} a(\theta) g_i(\theta) d\theta$$

与分布式目标 DOA 无关. 假设  $0 < \Delta \ll \pi$ , 当  $|\theta| > \Delta$  时,  $g_i(\theta) = 0$ . 若  $g_i(\theta)$  满足共轭对称性, 即

$$g_i(\theta) = g_i^*(-\theta)$$

则容易证明, 矢量  $g_i$  的各个分量为实数. 因此, 若能估计出第  $i$  个分布式目标的方向矢量  $b(\theta_i)$ , DOA 估计就可以从它的各分量的相位角得到. 这种在无需知道具体的信号方向矢量的情况下估计 DOA 的方法一般称为盲波束形成方法<sup>[7]</sup>.

### 3 基于盲波束形成的分布式目标波达方向估计方法

由式(2)和式(3)可得观测数据的协方差矩阵为

$$R = E\{xx^H\} = BPB^H + \sigma_n^2 I$$

其中  $B = [b(\theta_1), b(\theta_2), \dots, b(\theta_q)]$ . 它的奇异值分解为

$$R = U_s \Lambda_s U_s^H + U_n \Lambda_n U_n^H \quad (6)$$

其中  $\Lambda_s = \text{diag}\{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_q\}$ ,  $\Lambda_n = \text{diag}\{\sigma_n, \sigma_n, \dots, \sigma_n\}$ ,  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_q \geq \sigma_n$ ,  $U_s$  和  $U_n$  分别为由奇异值  $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_q$  对应的奇异矢量和奇异值  $\sigma_n$  对应的奇异矢量构成的矩阵. 假设信号源的协方差矩阵  $P$  非奇异, 即不同的分布式目标信号源不完全相关. 由式(6)可得:

$$BPB^H = U_s (\Lambda_s - \Lambda_n) U_s^H$$

因此  $B$  又可以写成:

$$B = U_s W \quad (7)$$

其中  $W$  为非奇异矩阵. 下面以矩阵  $B$  的第  $i$  个列矢量, 即  $b(\theta_i)$  为例, 估计第  $i$  个分布式目标 DOA. 由式(5)和式(7)知:

$$b(\theta_i) = \begin{bmatrix} g_i(1) \\ g_i(2)e^{-j\theta_i} \\ \dots \\ g_i(M)e^{-j(M-1)\theta_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1^H \\ u_2^H \\ \dots \\ u_M^H \end{bmatrix} w_i \quad (8)$$

其中  $1 \times q$  阶矢量  $u_1^H, u_2^H, \dots, u_M^H$  为  $U_s$  的行矢量,  $g_i(1), g_i(2), \dots, g_i(M)$  为矢量  $g_i$  的元素,  $w_i$  是矩阵  $W$  的第  $i$  个列矢量. 对式(8)第二个等号两边矢量的各个元素取平方, 可得

$$\begin{bmatrix} (u_1^H w_i)^2 \\ (u_2^H w_i)^2 \\ \dots \\ (u_M^H w_i)^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_i^2(1) \\ g_i^2(2)e^{-j2\theta_i} \\ \dots \\ g_i^2(M)e^{-j2(M-1)\theta_i} \end{bmatrix}$$

由于  $g_i$  的各个分量为实数, 于是有

$$\begin{bmatrix} (u_1^H w_i)^2 \\ (u_2^H w_i)^2 \\ \dots \\ (u_M^H w_i)^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |(u_1^H w_i)|^2 \\ |(u_2^H w_i)|^2 e^{-j2\theta_i} \\ \dots \\ |(u_M^H w_i)|^2 e^{-j2(M-1)\theta_i} \end{bmatrix}$$

经过化简, 得

$$w_i = V(\theta_i) w_i^* \quad (9)$$

其中  $q \times q$  阶矩阵  $V(\theta_i)$  为

$$V(\theta_i) = U_s^H [u_1^T \ u_2^T e^{-j2\theta_i} \ \dots \ u_M^T e^{-j2(M-1)\theta_i}]^T$$

由式(8)推导出式(9), 只保留了与分布式目标 DOA 有关的相位约束, 而未保留与分布参数有关的幅值约束.

通过求解关于  $w_i$  的非线性方程组(9)可以得到  $w_i$ , 它与第  $i$  个分布式目标 DOA 有关. 通过 DOA 搜索, 考察非线性方程组(9)解的情况, 可以得到有关分布式目标 DOA 估计的信息. 但是, 这种方法的计算并不简便. 实际上, 式(9)给出了  $w_i$  必需满足的不动点条件, 由此可以得到一种求解  $w$  的迭代公式

$$w(k+1) = V(\theta) w^*(k) \quad (10)$$

这里略去了下标,  $\theta$  表示 DOA 搜索值. 通过迭代过程, 可以得到不同 DOA 处的  $w$  值. 由于式(10)的迭代过程在本质上与  $V(\theta)$  有关, 可以直接通过考察矩阵  $V(\theta)$  的性质, 得到分布式目标 DOA 估计信息. 由式(9)可得

$$w_i = G(\theta_i) w_i \quad (11)$$

其中  $q$  阶方阵  $G(\theta_i) = V(\theta_i) V^*(\theta_i)$ . 可见, 在分布式目标 DOA 处,  $w$  是矩阵  $G(\theta)$  的特征值为 1 的特征向量. 容易证明, 当  $-90^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$  时,  $G(\theta)$  的特征值为不大于 1 的非负数, 在不等于分布式目标 DOA 的波达方向处,  $G(\theta)$  的特征值小于 1. 由此得到分布式目标 DOA 估计算法如下:

(1) 估计观测数据的协方差矩阵

$$R = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x x^H$$

其中  $N$  为独立快摄影. 对  $R$  进行奇异值分解, 估计信号子空

间  $u_s$  和分布式目标数  $q$ , 设定 DOA 搜索起点  $\varphi = -90^\circ$ ;

(2)  $\theta = \pi \sin \varphi$ , 计算  $\hat{q} \times \hat{q}$  阶矩阵  $G(\theta) = V(\theta) V^*(\theta)$ , 其中  $\hat{q} \times \hat{q}$  阶矩阵  $V(\theta)$  为

$$V(\theta) = [u_1^T \ u_2^T e^{-j2\theta} \ \dots \ u_M^T e^{-j2(M-1)\theta}]^T$$

求  $G(\theta)$  的最大特征值对应的特征向量  $w$ ;

(3) 计算拟合误差:

$$f(\theta) = -\log(\|w - V(\theta)w^*\|) \quad (12)$$

更新 DOA 搜索点  $\varphi = \varphi + \Delta\varphi$ ,  $\Delta\varphi$  是 DOA 搜索间隔, 重复步骤(2), 直到  $\varphi$  达到  $90^\circ$ .

(4) 由“空间谱” $f(\theta)$  的峰值估计分布式目标 DOA.

这种基于盲波束形成的分布式目标 DOA 估计方法需要计算一次高阶矩阵(阶数为阵元数)和  $L$  次低阶矩阵的特征分解(阶数为分布式目标个数,  $L$  为 DOA 搜索格点数). 上述算法没有均匀线阵限制, 也适用于非均匀线阵. 由于矩阵  $V(\theta)$  为  $2\theta$  的函数, 为避免出现 DOA 估计的模糊性, 上述算法要求相邻阵元间的间隔小于  $1/4$  波长. 若已知分布式目标 DOA 位于  $[-60^\circ, 60^\circ]$  范围内, 则要求相邻阵元间间隔小于  $1/2$  波长.

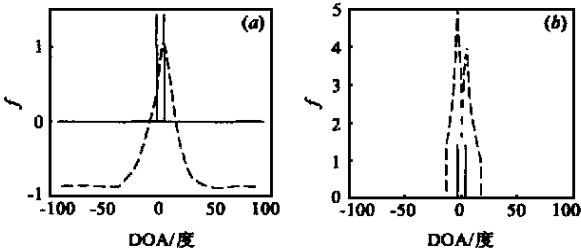


图 1 两个分布式目标, 阵元数为 8, 快摄数为 100, SNR 为 20dB (a) 基于点目标假设的 MUSIC 估计结果; (b) 盲波束形成的估计结果. 虚线: DOA 估计; 实线: 真实 DOA.

### 4 数值结果

考虑由相邻间隔为  $1/4$  波长的阵元组成的均匀线阵. 假设噪声和信号为正态分布, 信号方差为 1, 噪声方差为  $\sigma^2$ , 定义信噪比为  $10\log(1/\sigma^2)$ . 图 1 给出了两个分布式目标的空间信号分布函数为  $g_i(\theta) = 1/(1 - \rho_i e^{-j(\theta - \theta_i)})$ ,  $i = 1, 2$  的例子. 待估计 DOA 为  $\varphi_1 = -3.0^\circ$  和  $\varphi_2 = 4.0^\circ$ , 分布参数为  $\rho_1 = 0.6$  和  $\rho_2 = 0.9$ . 阵元数为 8, 信噪比为 20dB, 独立快摄数为 100. 基于点目标假设, 图 1(a) 给出的是 MUSIC 方法的一个典型估计结果(虚线); 基于分布式目标假设, 图 1(b) 给出的是盲波束形成方法的一个典型估计结果(虚线).

图 2 给出了三个分布式目标的空间信号分布为  $g_i(\varphi) = \begin{cases} 1, & |\varphi - \varphi_i| \leq \Delta_i \\ 0, & |\varphi - \varphi_i| > \Delta_i \end{cases}$ ,  $i = 1, 2, 3$  的例子. 参数为  $\varphi_1 = 10^\circ$ ,  $\Delta_1 = 8^\circ$ ,  $\varphi_2 = 2.5^\circ$ ,  $\Delta_2 = 6^\circ$ ,  $\varphi_3 = 20^\circ$ ,  $\Delta_3 = 10^\circ$ . 阵元数为 16, 信噪比为 20dB, 相互独立的快摄数为 100. 图 2(a) 给出的是基于点目标假设的 MUSIC 方法的一个典型估计结果(虚线), 图 2(b) 给出的是基于分布式目标假设的盲波束形成方法的一个典型估计结果(虚线).

可见, 在分布式目标信号环境下, 由基于点目标假设的

MUSIC 方法的 DOA 估计性能严重恶化, 而盲波束形成方法对信号源的分布式特性并不敏感.

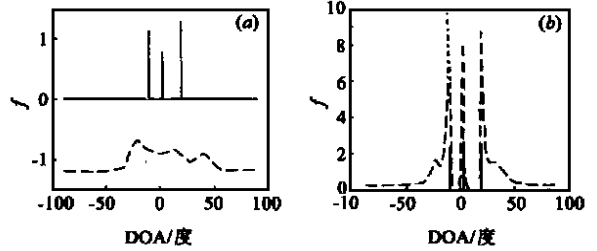


图 2 三个均匀分布的分布式目标, 阵元数为 16, 快摄数为 100, SNR 为 20dB (a) 基于点目标假设的 MUSIC 估计结果; (b) 盲波束形成的估计结果. 虚线: DOA 估计; 实线: 真实 DOA.

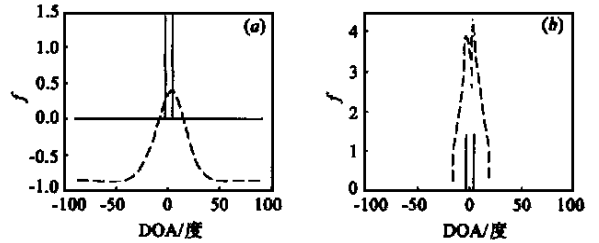


图 3 空间信号分布不同的两个分布式目标, 阵元数为 8, 快摄数为 100, SNR 为 20dB. (a) 基于点目标假设的 MUSIC 估计结果; (b) 盲波束形成的估计结果. 虚线: DOA 估计; 实线: 真实 DOA.

图 3 给出了空间信号的分布函数形式不同的两个目标的例子,  $g_1(\varphi) = \begin{cases} 1, & |\varphi - \varphi_1| \leq \Delta_1 \\ 0, & |\varphi - \varphi_1| > \Delta_1 \end{cases}$ ;  $g_2(\theta) = 1/(1 - \rho_2 e^{-j(\theta - \theta_2)})$ , 中心 DOA 分别为  $\varphi_1 = 4.0^\circ$  和  $\varphi_2 = -3.0^\circ$ , 分布参数为  $\Delta_1 = 6^\circ$ ,  $\rho_2 = 0.7$ . 阵元数为 8, 信噪比为 20dB, 独立快摄数为 100. 基于点目标假设, 图 3(a) 给出了 MUSIC 方法的一个典型估计结果(虚线); 基于分布式目标假设, 图 3(b) 给出了盲波束形成方法的一个典型估计结果(虚线). 据我们所知, 在空间信号的分布函数形式不同的分布式目标同时存在的情况下的 DOA 估计方法研究尚未见诸已发表的文献.

图 4 给出了盲波束形成方法的估计均值和均方根误差与信噪比的关系, 是不同信噪比条件下, 各 200 次仿真实验的统计结果.

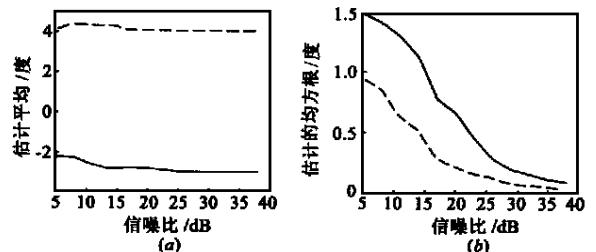


图 4 空间信号分布不同的两个分布式目标, 阵元数为 8, 快摄数为 100. (a) 估计的平均值; (b) 估计的均方根误差. 虚线: 目标 1, 实线: 目标 2.

## 5 结论

本文提出了一种新的盲波束形成方法估计分布式目标波达方向. 与其它分布式目标 DOA 估计方法相比, 首先, 本文利用空间信号分布函数的共轭对称性, 提出的是一种一维 DOA 搜索估计方法, 避免了多维参数谱峰搜索或求解多维参数优化问题的迭代过程; 其次, 本文仅利用空间信号分布函数的共轭对称性信息, 不要求已知分布式目标空间信号分布的具体函数形式, 因此, 在空间信号的分布函数形式不同的分布式目标同时存在的条件下, 也能得到分布式目标 DOA 估计. 仿真实验结果表明, 这种高分辨的分布式目标 DOA 估计方法的估计性能对信号源的分布特性是不敏感的.

### 参考文献:

- [ 1 ] S. Valae, B. Champagne, and P. Kabal. Parametric localization of distributed sources [ J ]. IEEE Trans. on Signal Processing, 1995, 43(9): 2144– 2153.
- [ 2 ] T. P. Jantti, The influence of the extended sources on the theoretical performance of MUSIC and ESPRIT method [ C ]: Narrow-band sources, Proceeding ICASSP, San Francisco, CA, 1992, 3: II-429 II-432.

- [ 3 ] Y. Meng, K. Max, and Q. Wu. Direction finding for point and spread sources [ C ]: VEG MUSIC and its performance, Proceeding ICSP, Atlanta, 1996, 5: 2908– 2911.
- [ 4 ] Y. Meng, K. M. Wong, Q. Wu. Estimation of the direction of arrival of spread source in sensor array processing [ C ], Proceeding ICSP, Beijing, China, 1993, 10: 430– 434.
- [ 5 ] Y. Meng, P. Stoica, K. M. Wong. Estimation of the direction of arrival of spatially dispersed signals in array processing [ J ], IEE Proceeding F, 1996, 2, 143(1): 1– 9.
- [ 6 ] Y. U. Lee, J. Choi, I. Song, and S. R. Lee. Distributed source modeling and direction of arrival estimation techniques [ J ]. IEEE Trans. on Signal Processing, 1997, 45(4): 960– 969.
- [ 7 ] J. F. Cardoso, A. Souloumiac. Blind beamforming for non Gaussian signals [ J ], IEE Proceeding F, 1993, 140(6): 362– 370.

### 作者简介:

万 群 1971 年生, 1993 年在南京大学本科毕业, 1996 年在成都电子科技大学获硕士学位, 现为电子科技大学电子工程学院博士生, 从事阵列信号处理、稀疏目标及分布式目标波达方向估计的研究.

杨万麟 1945 年生, 电子科技大学电子工程学院教授, 博士生导师, 长期从事微波成像、信号处理、雷达系统和目标识别的科研、教学工作.

(上接第 98 页)

### 参考文献:

- [ 1 ] Peter Grassberger, Thomas Schreiber, and Carsten Schaffrath, Nonlinear time sequence analysis [ J ]. International Journal of Bifurcation and Chaos, 1991, 1(3): 521– 547.
- [ 2 ] W. R. Witt. A comparative classification of complexity measure [ M ]. Chaos Soliton & Fractals, 1994, 4: 133– 173.
- [ 3 ] J. E. Bates, H. K. Shepard. Information fluctuation as a measure of complexity [ M ]. University of New Hampshire, Durham (1991).

- [ 4 ] Jinghua Xu, Zengrong Liu. Information transmission in human cerebral cortex [ M ]. Physical D 106(1997) 363– 374.
- [ 5 ] Hao bar lin. Elementary Symbolic Dynamics and Chaos in Dissipative Systems [ M ]. World Scientific, 1989.
- [ 6 ] Qinye Tong, June Kong et al. A Note On Analyzing Schizophrenic EEG with Complexity Measure [ M ]. Chaos, Solitons & Fractals 7 (1996) 371– 375.
- [ 7 ] 谢惠民. 复杂性与动力系统(非线性科学丛书) [ M ]. 上海科技教育出版社, 1994 年第一版, 1995 年第二版.